



TITLE:

PFI事業におけるリスクとリターンの分担 (ファイナンスの数理解析とその応用)

AUTHOR(S):

高森, 寛; 高嶋, 隆太; 八木, 恭子

CITATION:

高森, 寛 ...[et al]. PFI事業におけるリスクとリターンの分担 (ファイナンスの数理解析とその応用). 数理解析研究所講究録 2010, 1675: 60-73

ISSUE DATE:

2010-02

URL:

<http://hdl.handle.net/2433/141239>

RIGHT:

PFI事業におけるリスクとリターンの分担

早稲田大学 ファイナンス研究センター 高森 寛 (Hiroshi Takamori)
Finance Research Institute,
Waseda University

千葉工業大学 社会システム科学部 高嶋 隆太 (Ryuta Takashima)
Faculty of Social Science,
Chiba Institute of Technology

東京大学 金融教育研究センター 八木 恭子 (Kyoko Yagi)
Center for Advanced Research in Finance,
University of Tokyo

1. はじめに

公共性の高いインフラストラクチャーの建設やそれが供給するインフラ・サービスの事業を、政府が民間に委託して、実施する形態は、PFI (Private Finance Initiative) 事業と呼ばれている。PFI 事業は、それが民間事業者と政府の間で、収益やリスクを分担し合うパートナーシップの関係で実行する合同事業であるとみなせる。公共的なインフラ事業といえば、伝統的に、また、本来は、政府が必要なインフラ建設と公共事業のサービスを実施すべきものとされてきた。しかし、1992 年に、英国で、Private Finance Initiative, PFI, が提唱されて以来、各国で、厳しい財政状況にある政府が、民間の資本の参入を促進して、民間企業にインフラストラクチャー事業の建設と建設完成後の運用を委託するようになってきた。

インフラ事業は、通常、初期に、大規模の建設投資を必要とし、その投資の大きな部分に民間資本および民間企業が参加することによって成立する。しかし、民間資本は、資本の論理と市場の原理にもとづいての合理的な経済行動として参入するのである。したがって、投下資本に対して、それなりのリスクに見合った将来リターンや、リスク保障などがなければ、社会の福祉や発展と繁栄に貢献するという論理だけでは参入することはいえない。しかし、一方、資本の論理、市場の原理にもとづいての経済行動としての民間資本は、その原理の枠組みのもとでは、容易に、国境を超えて移動し、どんな大規模なインフラ事業をも推進する原動力となるのである。

鉄道や有料道路の建設と運営、港湾の建設と運営、産業パーク施設の建設などのインフラ事業について言えば、そのインフラ建設が完成して、それらインフラが提供するサービスに対して需要が発生するという形で、そのインフラストラクチャーの経済価値が顕在化する。また、そのインフラの経済価値は、インフラ・サービスからの運用収益という形で、投入された民間資本へのリターンをもたらす。そのようなリターンの見込みのもとで、はじめて、民間資本が、インフラ

建設とサービス運用の事業に参加することが、可能となる。また、そのリターンが、どの程度、不確実で、リスクが大きいかに依存して、どの程度の民間資本が投入されうるかが決まってくる。いいかえるならば、リスクが大きい事業であっても、そのリスクに見合った期待リターンが見込まれるならば、豊富な資本を動員できるのである。あるいは、政府が、なんらかの仕掛けで、資本がさらされるリスクを管理し、また、収益の不確実性とリスクの範囲を限定するだけでも、必要な大きな民間資本を動員することが可能になり、PFI 事業が、市場の原理の枠組みで、成り立つことになる。

一方、現今の政府の立場は、その特徴として、恒常的な資本の欠乏ということがあげられる。すでに、大きな公債や赤字国債を累積して、後世の世代からの負債を背負っている状況で、今の世代からの税収を財源としての巨大なインフラ投資は、容易ではない。

しかし、また、一方、重要なことは、インフラ事業にあたっての政府の意思決定と行動は、資本の原理や市場の原理のみに依拠するものであってはならないことである。たとえば、産業基盤となる港湾や空港、あるいは道路の建設などにかかわる計画と実施は、それに必要となる資本支出と、その資本に対する経済的なリターンとのつじつまだけが合えばよいというものではない。むしろ、そのような基盤整備が、より広い意味での社会の福祉(welfare)の向上に、どの程度貢献するか、の視点が重要である。たとえば、公園を建設する計画に関して、実現した公園がもたらす便益は、経済的には、評価は難しいし、また、それだけで評価してはならない。産業が排出する CO2 ガスを規制し、あるいは、環境を整備する公共事業と制度づくりにおいても、政府にしか担い得ない使命がある。所与の産業基盤のもとで、経済の営みをする各経済主体の行動のパラメータに入っていない副産物や、副次的な結果を管理したり、規制したりは、いわゆる外部経済(externalities)、あるいはコモンズ (commons) といわれるものに手当てをすることに相当する。公共性の高いインフラストラクチャーを計画するにあたっては、市場と資本の原理で行動する主体パートナーを呼び込みながら、外部経済とコモンズの手当てをすることこそが政府の重要な使命であり、政策的意思決定の柱となるべきであろう。

この研究では、上にのべたように、「自らには資本が不足しているが、社会の福祉 (welfare) やコモンズを向上させるべき使命を担う政府と、資本は十分に蓄積されているが、経済の論理、市場の論理でしか動かない民間資本が、いかにして、PFI 事業という合同事業を成立させうるか」、という問題意識にたって、「政府がどのような手当てや、リスク保証の約束などを行うことで、民間参加のインセンティブが高まるか」を分析・評価するモデルを考察する。

2. PFI事業のリスクとリターンの分担のモデル

2.1 PFI合同事業の契約の枠組み

政府が、具体的には、ある特定のインフラ事業を行う権益をひとつの民間企業に与え、その企業は、必要な初期投資支出 I (億円) を担い、また、インフラ建設の完了後は、引き続き、その企業は、インフラ・サービスの事業運用を行うものとする。いいかえれば、このように、あるひとつの PFI 事業に関連して、政府からインフラ投資とその運用を委託される民間企業は、前節で述

べたように、市場経済の原理、資本の論理でしか行動できない利益主体を代表する。以下では、そのように、PFI 事業を委託される事業体を、単に、「企業」と呼ぶことにする。

投資支出 I をもって、建設事業が完成して、インフラ・サービスの運用からの収益フローとして、 x (億円/年) が想定されるものとする。この収益フロー x は、具体的には、EBIT (Earnings Before Interest and Tax) とよばれるものに相当し、サービス運用の売上から、運用費用を引いてのネットの収益である。たとえば、有料高速道路インフラの建設事業であれば、年間の利用交通需要量の推定と道路の利用料金から年間売上が推定され、それから、年間の運用費用を引くことで、収益フロー x 、すなわち、EBIT は推定することができる。運用費用には、道路設備の保守・修繕費用なども含まれる。

この研究では、インフラ事業の建設と完成後のインフラ・サービスの運用を、民間企業に委託して行うという枠組みで、しかも、必要とされるインフラ建設の大規模の投資支出は、主として、二つのタイプの民間資本、エクイティと負債資本を動員すると想定している。政府の役割は、これら資本提供者に対するリスク保証を担保して、インフラストラクチャー投資が経済的に成立しやすくすることである。それは、インフラ投資のタイミングを早める形で、インフラ整備がもたらす民間への便益的価値の創出、経済波及促進、景気刺激に寄与するアクションともなる。

一般に、PFI 事業で採択される形態は、BOT (Build, Operate and Transfer) と呼ばれるもので、インフラ建設と、建設完了後の定められた運用委託期間 (concession period) の間の運用が民間の請負企業に委託される。委託期間の終了時点で、事業の運用権、事業資産の所有権等が、政府に移譲される。また、運用期間中のさまざまなリスク事態での資本提供側と政府との間での事業果実の帰属に係わる優先権とリスク負担などについて、取り決めがなされる。

本稿で取り上げる分析モデルでは、基本的には、BOT の形態ではあるが、次のような基本的な契約の枠組みからなる。

インフラ事業契約の基本的な枠組み

- 政府が民間の (請負) 企業に、インフラ建設 (Build) と運用 (Operate) を委託する。
- インフラ建設に必要な資本支出額は既知であり、 I (億円) とする。
- 資本支出 I を、エクイティ資本 E と負債資本 D_M 、政府支出 I_G で賄う。すなわち、 $E + D_M + I_G = I$ である。ここで、負債資本の提供は、永久債の種類として、その額面の額を D とし、 D_M は、その額面 D にたいして、実際に、提供される負債資本の支出額である。
- 運用委託期間については、特に、期限を設けないが、この運用委託期間においては、企業は負債資本提供者に対して、年あたり $s = rD$ のレートのクーポン支払いをする。ここで、 r は、初期契約時の長期国債のイールドとして、あらかじめ、一定の値に定める。
- 運用からの収益 x_t (億円/年)、すなわち、EBIT (Earnings Before Interest and Tax) のうち、負債利息 s を支払ったあとの残余については、企業 (エクイティ) と政府の間で、 $1 - \tau$: τ の率で、分配する。 τ は、契約時に一定の値に定める。

- 運用からの収益性が乏しくなった任意の時点で、企業は、その運用権、事業資産の所有権を政府に移譲 (transfer) できるものとする。これは、資本の原理からいっての事実上の事業破たんの事態である。この契約条項は、債務履行を政府に肩代わりさせるというプットオプションに相当し、政府が企業に、このプットオプションを渡すことになる。
- 事業破たんによって、政府に事業が移譲された場合、政府が、債権者に、 kD の額を返済するものとする。負債額面 D に対する返済比率 k は、あらかじめ、契約時に取り決める。

このような合同事業の枠組みでは、インフラ投資に係わるリスクは、究極的には、エクイティ資本 E を投入する (民間) 企業にかかってくる。また、そのリスクの本質は、想定される収益フロー x_t の不確実性にある。いっぽう、政府にとってのリスクは、企業の運営が破綻して、プロジェクト資産の移譲がなされたときに負わされる kD なる額の債務である。ただし、プロジェクトの収益性が順調に進展して、移譲が起きないケースでは、この債務は顕現化しないので、これは隠れた債務 (contingent liability) に相当する。

プロジェクトの収益性が順調に進展した場合、この隠れた債務は、永久に隠れたままで、政府は、なんらの支出をせずに済む可能性があるが、しかし、それが実際には、具体的にどの程度の債務価値に相当するのかを評価し、その評価によって、政府、エクイティ、負債資本の三者の間でのリスクと事業果実の分担が決まるのである。

リスク要因とリスク事態に係わる契約の取り決め

資本支出をする投資家の観点からいえば、その投資にかかわるリスクの根源は、収益フロー x の不確実性である。

そこで、本稿では、その収益フロー x_t は、時間の推移とともに、不確実に変動し、微小時間 dt におけるその変動は、

$$dx_t = \mu x_t dt + \sigma x_t dw_t$$

と記述できるものと仮定する。ここで、 dw_t は、ブラウン運動と呼ばれ、標準正規変数 $\tilde{\varepsilon}$ に \sqrt{dt} を

掛けたものである。すなわち、 $dw_t = \tilde{\varepsilon} \sqrt{dt}$ である。以下では、時間の添え字 t を省略して、単に、

$$dx = \mu x dt + \sigma x dw \quad (1)$$

と書く。また、 μ は、リスク調整済のドリフト項と呼ばれているものである¹。

¹ 実際に観測される収益フローの変動を、 $dx_t = \alpha x_t dt + \sigma x_t dw_t$ とし、この収益フローに対するリスク調整済み割引率を ρ とした場合、 $\rho - \alpha = \delta$ は、コンビニエンス・イールドと呼ばれ、ここでいうリスク調整済のドリフト項は、 $\mu = r - \delta = r - (\rho - \alpha)$ に相当する。また、リスク調整済み割引率は、CAPM モデルから、 $\rho = r + \lambda_M \sigma \rho_{iM}$ となる。ここで、 λ_M はリスクの市場プレミアム、 ρ_{iM} は、当該の収益リターン dx_d / x_d と、

この収益フロー x は、資本支出 I を実行し、インフラ建設が完成して、そのインフラ・サービスが運用に入ったときに実現されると想定される。資本投下、 I なる額の支出をする以前においては、あくまでも、想定される収益に過ぎない。

大規模な I （億円）なる額の非可逆的な資本投下をして、インフラ事業が、運用に入って、しばらくは、順調に収益フローがあったとしても、不確定変動（１）および（２）の展開次第では、収益フロー x_t が、負債資本 D への優先的利息支払いのフロー s を下回るという事態がありうる。一時的に、短期の期間、 x_t が s を下回るのであれば、しばらく、赤字運用をしているうちに、また、状況が好転して、 $x_t - s$ が、黒字に転じることは、十分にありうることである。しかし、収益フロー x_t がある限界値 x_d を下回るにいたった場合は、もはや、インフラ運営を委託された（民間）企業は、それ以後の長期の利息返済 s を持続することが不可能であるという展望に立たざるを得ない。この場合は、企業は、委託されたインフラ事業の運用を放棄（exit）して、すべての事業権、事業資産の所有権を政府に移譲する（Transfer）行為をとらざるを得ない。これは、通常の企業経営の世界では、倒産という事態であり、また、債権者 D に対しては、債務不履行（default）という事態である。この研究のモデルでは、インフラ事業契約の枠組みで記述したように、事業を委託されている企業が債務不履行を起こしたときに、政府が、元本 D のうち、 kD まで返済する義務を担う契約条項を基本にしている。

二つの種類の民間資本 E および D を参画させて、政府と民間での合同リスク事業としての PFI 事業は、上のようなリスク事態において、誰がどのような権利を保持し、どのような損失はだれの負担になるのかが、明確に、規定され、契約されなければ、事業は成立しないし、どちらのタイプの民間資本の事業参加もありえない。

2.2 民間資本の行動原理とそのインセンティブについて

民間資本は、大きくわけて、エクイティ（equity）資本と、負債（debt）資本とがあり、それぞれ、異なるリスクとリターンに係わる選好（preference）を持つ投資家による資本である。エクイティ（equity）資本は、株主なる投資家によるリスク資本であり、リスクの大きい投資機会には、おおきな期待リターンを要求する。期待リターンが大きいのであれば、投資した元本は、保証されなくても、自ら進んで、喜んで資本を投下するタイプの民間資本である。一方、負債資本の方は、銀行ローン、すなわち、借入金のタイプであり、一定の利息フロー s （億円/年）を要求し、また、基本的には、元本の返済は、保証されなければならない。ユーロトンネルや、海峡間の運河の建設などの巨大なプロジェクトについては、通常は、銀行シンジケートが組織され、負債資本を提供する。

この研究では、インフラ事業に I （億円）なる投資資本を提供するのは、エクイティ資本 E （億円）、負債資本支出 D_M （億円）、また、政府の資本 I_G （億円）とする。すなわち、

市場資産のリターン dR_M / R_M との相関係数である。ここでは、 $\delta = r - \mu > 0$ であることを仮定する。すなわち、 $\rho > \alpha$ を仮定する。

$$E + D_M + I_G = I \quad (2)$$

である。

これらの民間資本の提供に関して、 E および D のタイプの資本提供者は、市場経済の原理、資本の論理で合理的な行動をとる主体であるから、インフラ・サービス運用からの収益フロー x を、それなりの優先順位に係わる契約にもとづいて、分配しなければならない。リスク事業においての資本提供者の間でのリターンに係わる優先順位の契約や、条件つき権利と債務にかかわる規定は、トランシェント（優先劣後）規定などと呼ばれる。

本稿の目的のひとつは、当該のインフラ事業を、民間資本 E および D にとって、十分に魅力のある投資とするために、政府がどのようなリスク保証をすることがありうるかを分析評価することである。そのようなリスク保証は、インフラ事業の建設や初期の段階では、なんら支出を生じないので財政負担とならない。しかし、インフラ事業の長い運用期間のある段階において、経済環境の不測の状況次第では、政府の補償と大きな損失負担が請求される。それは、後の世代に対して、隠れた条件つき負債 (contingent liabilities) を背負わせる策である。本稿では、そのようなリスク保証が民間資本に与える価値貢献と、また、政府にとっての条件つき債務の価値を評価するモデルを考察する。

まず、銀行シンジケートなどによる負債資本側の行動の論理から、記述する。すでに述べたように、分析を簡単にするために、負債資本の提供は、元本返済の満期のない永久債の形であると仮定する。いま、当該のインフラ建設にあたって、負債資本調達のために発行される永久債の額面額を D (億円) とすると、その負債に対する利息支払いは、クーポン支払いの形で、そのレート s は、年あたり

$$s = rD \quad (3)$$

でなければならない。ここで、 r は、国債などのリスクのない投資機会への投資の利子率である。

年々の収益フロー x のうち、負債資本へのクーポン支払い s を優先的に支払った後の残余 $x - s$ は、エクイティと政府に帰属することになるので、ここでは、 $1 - \tau : \tau$ の比率で、分配することにする。すでに述べたように、政府のインフラ事業の目的は、金銭的なリターンにはないので、政府に金銭的なリターンは必要がないというという考え方もあるので、そのような分析枠組みでは、 $\tau = 0$ とすればよい。

2.3 PFI事業におけるリスク保証の評価モデル

この節では、インフラ事業の建設が完成して、インフラ・サービス運用に入っていると想定する。また、収益フロー x が、ある水準 x_d まで落ち込んでしまうと、営々と負債へのクーポン支払い s を続けるよりは、企業は、事業放棄して政府に移譲できるという契約上の権利を行使するものと仮定する。

ここでは、PFI 事業計画における不確実性とリスクの要因は、収益フロー x_t であり、時間 t の経過とともに、(1)式に従って変動するとしている。

契約では、企業と政府は、 $1 - \tau : \tau$ の比率で、事業からの収益フロー x_t を分配するから、プロジ

エクトの収益フローが、いま、 t なる時点に、 x_t なる水準にあったとして、それが、はじめて、 x_d の水準に落ち込む時点を T_d とすると、 t から T_d までの企業が受け取る累積収益についての期待現在価値は、

$$E(x) = \text{Max}_{T_d} E \left[\int_t^{T_d} e^{-r(u-t)} (1-\tau)(x_u - s) du \right] \quad (4)$$

と定義される。ここで、企業にとっての最適のプロジェクト移譲のタイミングは、

$$T_d^* = \inf \{ t > 0 \mid x_t < x_d \} \quad (5)$$

と定義される。この最適の資産移譲タイミングの選択は、民間企業（エクイティ）がなすのであるが、その移譲の閾値 x_d は、

$$x_d = \frac{\beta_2}{\beta_2 - 1} (r - \mu) \frac{s}{r} = \beta_2' (r - \mu) D \quad (6)$$

であることを示すことができる。ただし、 $\beta_2' = \beta_2 / (\beta_2 - 1)$ 、 $D = s / r$ である。

このときまでの政府が受け取る累積収益フローの現在価値は

$$G(x) = E \left[\int_t^{T_d} e^{-r(u-t)} \tau (x_u - s) du \right] \quad (7)$$

である。

エクイティが、自らの価値最大化の資産移譲タイミングを(6)に沿って選択するとしたとき、企業および政府の期待収益現在価値(4)及び(7)は、以下になることを導ける。

$$E(x) = (1-\tau) \left[\frac{x}{r-\mu} - \frac{s}{r} - \left(\frac{x}{x_d} \right)^{\beta_2} \left(\frac{x_d}{r-\mu} - \frac{s}{r} \right) \right] \quad (8)$$

$$G_f(x) = \tau \left[\frac{x}{r-\mu} - \frac{s}{r} - \left(\frac{x}{x_d} \right)^{\beta_2} \left(\frac{x_d}{r-\mu} - \frac{s}{r} \right) \right] \quad (9)$$

ここで、時間を示す添え字 t は、省略している。また、 β_2 は、二次方程式

$$\frac{1}{2} \sigma^2 \beta (\beta - 1) + \mu \beta - r = 0 \quad (10)$$

についての負の値の解である。

いま、プロジェクト運用からの負債資本への利息支払いフローとして、 s が約束されるものとしよう。収益フローが x のレベルにあるときプロジェクトへの投資が実施されるなら、負債資本提供者の債権価値は、経営破たん時の政府保証価値を含めて

$$D(x) = \frac{s}{r} - \left(\frac{x}{x_d} \right)^{\beta_2} \frac{s}{r} + \left(\frac{x}{x_d} \right)^{\beta_2} k \frac{s}{r} \quad (11)$$

となるので、プロジェクト投資への負債資本拠出額も、この値になる。すなわち、 $D_M = D(x)$ 。

収益フローが x_d のレベルに落ち込むと、移譲されて受取る資産価値 $A_d = x_d / r - \mu$ のうちの一部が失われて、 θA_d のレベルに減少するものとする。すなわち、倒産コストが、 $(1-\theta)A_d = (1-\theta)(x_d / r - \mu)$ である。さらに、この時点では、政府には、負債資本提供者に対して、元本の一部 $kD = k(s/r)$ を返済支払いするという債務が生じる。この隠れた債務 (contingent liability) の価値は、プロジェクト収益フローが x のレベルである時点で評価すると

$$G_o(x) = \left(\frac{x}{x_d} \right)^{\beta_2} \left[\theta \frac{x_d}{r-\mu} - k \frac{s}{r} \right] \quad (12)$$

となる。

以上から、プロジェクト価値が、 x のレベルである時点での政府の総資産価値は、(9)式の $G_f(x)$

と、(12)式のオプション価値 $G_o(x)$ を和したものになる。すなわち

$$\begin{aligned} G(x) &= G_f(x) + G_o(x) \\ &= \tau \left[\frac{x}{r-\mu} - D - \left(\frac{x}{x_d} \right)^{\beta_2} \left(\frac{x_d}{r-\mu} - D \right) \right] + \left(\frac{x}{x_d} \right)^{\beta_2} \left(\theta \frac{x_d}{r-\mu} - kD \right) \end{aligned} \quad (13)$$

である。

2.4 リスク保証がエクイティ投資と投資タイミングへ与える影響

プロジェクトへの投資支出額を I として、それは、民間資本のエクイティ E と銀行シンジケートからの負債資本拠出額 D_M をもって実施するものとする。すなわち、

$$I = E + D_M \quad (14)$$

とする。

政府は、プロジェクトの資本拠出には加わらないが、プロジェクト破たん時の債務保証 kD を含めての(13)の価値 $G(x)$ が、あるレベル G_0 を下回らない限度で、債務保証をするものとする。

この節では、政府はプロジェクトへの資本拠出はしないが、少しでも、早いタイミングでプロジェクトへの民間投資を早めたい。そのための方策として、(13)の価値 $G(x)$ が G_0 を下回らない限度で、すなわち

$$\tau \left[\frac{x}{r-\mu} - D - \left(\frac{x}{x_d} \right)^{\beta_2} \left(\frac{x_d}{r-\mu} - D \right) \right] + \left(\frac{x}{x_d} \right)^{\beta_2} \left(\frac{\theta x_d}{r-\mu} - kD \right) \geq G_0 \quad (15)$$

の範囲で、リスク保証をしたい状況を考察する。

政府としては、このプロジェクトになんら投資支出をしない代わりに、この保証の下限 G_0 は負の値であることを容認して、少しでも早い民間の投資とプロジェクト運用開始を促進したいものとする。

プロジェクトへの必要投資額は I であるが、負債資本への利息支払いフロー s が契約されるとき、負債資本 D_M は、(11)式の $D(x)$ なる額の資本拠出をする。すなわち、 $D_M = D(x)$ 。よって、エクイティの資本支出は、 $I - D_M = I - D(x)$ となる。

以下に、負債資本が、 $D(x)$ の資本拠出をすることをうけて、企業がプロジェクトに投資を実行する収益フローのレベル x_0 を求める。

$$\text{Value Matching 条件: } Cx^{\beta_1} = E(x) - (I - D(x)) \quad (16)$$

$$\text{Smooth Pasting 条件: } C\beta_1 x^{\beta_1-1} = E'(x) + D'(x) \quad (17)$$

ここで、 β_1 は、二次方程式(10)の正の解である。

Value Matching 条件に、(8)および(11)を代入して、以下になる。

$$\begin{aligned} Cx^{\beta_1} &= (1-\tau) \left[\frac{x}{r-\mu} - \frac{s}{r} - \left(\frac{x}{x_d} \right)^{\beta_2} \left(\frac{x_d}{r-\mu} - \frac{s}{r} \right) \right] - I \\ &\quad + \frac{s}{r} - \left(\frac{x}{x_d} \right)^{\beta_2} \frac{s}{r} + \left(\frac{x}{x_d} \right)^{\beta_2} k \frac{s}{r} \\ &= (1-\tau) \left[\frac{x}{r-\mu} - I - \left(\frac{x}{x_d} \right)^{\beta_2} \left[\frac{x_d}{r-\mu} - kD \right] \right] \end{aligned} \quad (18)$$

ただし、 x_d は、(6)のプロジェクト移譲の閾値である。

2.5 想定インフラプロジェクトでの検討

2.5.1 シンプルなケースでのリスク保証分析

いま、想定しているインフラ事業は、 $I=1,000$ 億円の投資が必要であるものとする。収益フロー x の変動モデル (1) のパラメータとして、 $\mu=0$ 、 $\sigma=0.2$ 、リスクフリー利子率は $r=0.02$ と

する。必要投資額 $I=1,000$ 億円は、企業のエクイティ資本 E と負債資本 D_M の拠出をもって充当し、政府は資本支出しないものとする。また、プロジェクトの運用が開始されてからの収益フロー x は、まず、優先的に、負債資本への利息支払い $s=rD$ をして、残りの $x-s$ については、すべて、エクイティ資本へのリターンに充てるものとする。したがって、政府への収益分配はなく、 $\tau=0$ である。

政府が、このインフラプロジェクトにかかわるインセンティブは、このプロジェクトからの収益ではなくて、民間資本がプロジェクト投資をすこしでも早く実行するように、リスク保証をすることである。企業がプロジェクト運用に破たんをきたして、残存資産はないものとする。すなわち、 $\theta=0$ である。また、プロジェクトの破たん時に、政府が負債資本の債権者支払う額は、額面 D の $k=0.7$ 倍、すなわち、 kD (億円) とする。

以上の前提のもとでは、前節の政府保証下限の式は、

$$-\left(\frac{x}{x_d}\right)^{\beta_2} kD \geq G_0 \quad (15)'$$

となる。

ここで、政府のリスク保証額は、たとえば、 $G_0=-G=-100$ (億円) であるとしよう。当該プロジェクトの規模が $I=1,000$ 億円であるのに対して、そのプロジェクトが実際に運用段階に入ったとき、それが、社会一般にもたらす便益、福祉貢献、経済波及効果などは、数値では、直接測定できないにしても、それら総合的な価値は、100 億円のリスク保証をしても余りある程度のこととは、政府は判断できると考えてよいであろう。しかも、プロジェクトが順調に進展した場合、実際に、債務補てんの支出 kD (億円) は発生しないで済む可能性がある。その場合、政府は、資本支出を一切しないで、インフラ整備が社会にもたらす便益、経済効果等を実現することになる。

以下では、リスク保証のレベル値として、

$$G = \left(\frac{x}{x_d}\right)^{\beta_2} kD \quad (19)$$

が与えられたとして、企業 (エクイティ) が、実際に、プロジェクトへ資本投資を実行するのは、収益フロー x がどの水準 x_0 においてであるかを、まず、導く。また、同時に、そのとき、負債資本が拠出する資本の額面の値 $D=s/r$ および実際に支出する負債資本の支出額 $D_M(x_0)$ を導く。

もちろん、これらは、企業および民間の資本が、資本の原理と市場の原理によって、みずから進んで実行してくるものであって、政府に強要されてなす行動ではない。

いま、 $\tau=0$ であるなら、プロジェクトが運用にはいついて収益フローが x のレベルであるとき、(8)のエクイティ価値 $E(x)$ は、次のようになる。

$$E(x) = \frac{x}{r-\mu} - \frac{s}{r} - \left(\frac{x}{x_d}\right)^{\beta_2} \left(\frac{x_d}{r-\mu} - \frac{s}{r}\right) \quad (20)$$

また、投資の閾値 $x = x_0$ を決める(18)の Value Matching 条件は、以下になる。

$$Cx_0^{\beta_1} = \frac{x_0}{r-\mu} - I - \left(\frac{x_0}{x_d}\right)^{\beta_2} \left[\frac{x_d}{r-\mu} - kD\right] \quad (21)$$

ここで、 x_d は、(6)であるから、 $\beta'_2 = \beta_2 / (\beta_2 - 1)$ として、

$$\left(\frac{x_0}{x_d}\right)^{\beta_2} \frac{x_d}{r-\mu} = \frac{1}{k} \frac{\beta_2}{\beta_2 - 1} \left(\frac{x_0}{x_d}\right)^{\beta_2} kD = \frac{\beta'_2}{k} G$$

となる。これをつかって、(21)は、

$$Cx_0^{\beta_1} = \frac{x_0}{r-\mu} - I - \left(1 - \frac{\beta'_2}{k}\right) G \quad (22)$$

最適に投資水準は、次の Smooth Pasting 条件をみたす

$$\text{Smooth Pasting 条件: } C\beta_1 x_0^{\beta_1-1} = \frac{1}{r-\mu} \rightarrow Cx_0^{\beta_1} = \frac{1}{\beta_1} \frac{x_0}{r-\mu} \quad (23)$$

(21)と(23)から、企業の最適投資閾値は、以下になる。

$$x_0 = \frac{\beta_1}{\beta_1 - 1} (r-\mu) \left[I + \left(1 - \frac{\beta'_2}{k}\right) G \right] \quad (24)$$

いまのケースでは、パラメータは $\mu = 0$, $\sigma = 0.2$, $r = 0.02$ であるから、(10) の解として、 $\beta_1 = 1.618$, $\beta_2 = -0.618$, $\beta'_2 = 0.382$ である。これを使って

$$x_0 = \frac{1.618}{1.618-1} (0.02) \left[1000 + \left(1 - \frac{0.382}{0.7}\right) 100 \right] = 50 \text{ (億円/年)} \quad (25)$$

となる。すなわち、プロジェクトからの運用収益が、50 (億円/年) と想定される段階になったら、民間企業は、自ら進んでプロジェクトへの投資を実施する。

このとき、出資される負債資本の額面の値 D は、(10)および(6)から求めることができる。

$$\text{すなわち、} G = \left(\frac{x_0}{x_d}\right)^{\beta_2} kD, D = \left(\frac{x_d}{x_0}\right)^{\beta_2} \frac{G}{k} \text{ 及び } x_d = \beta'_2 (r-\mu) D \text{ であるから、運用の収益フロ}$$

ーが、 $x_d = \beta'_2 (r-\mu) D = 0.382(0.02) \times 615.2 = 4.7$ 億円の水準にまで落ち込んだときに、企業

は、経営破たん(倒産)を宣言することになる。この段階で、政府は、債権者に残債 $D = 100$ 億円のうち、 $kD = 0.7 \times 100 = 70$ 億円を支払う債務が生じる。

$$\begin{aligned}
 D &= \left(\frac{k}{G} \right)^{1/\beta_2 - 1} \left((r - \mu) \beta_2' \right)^{\beta_2'} x_0^{\beta_2'} \\
 &= \left(\frac{0.7}{100} \right)^{1/(-0.618-1)} (0.02 \times 0.382)^{-0.382} (50)^{0.382} = 615.18 \text{ 億円}
 \end{aligned}$$

この $D = 615.2$ 億円は、負債資本が拠出する融資額の額面であるので、負債資本としては、この債券 $D = 615.2$ の市場価値に相当する額を拠出することになる。その値は、(11) 式である。すなわち

$$\begin{aligned}
 D(x_0) &= D - \left(\frac{x_0}{x_d} \right)^{\beta_2} D + \left(\frac{x_0}{x_d} \right)^{\beta_2} kD = D - \left(\frac{x_0}{x_d} \right)^{\beta_2} D + G \\
 D(x_0) &= 615.2 - \left(\frac{50}{4.7} \right)^{-0.618} 615.2 + 100 = 572.5 \text{ 億円}
 \end{aligned}$$

以上から、プロジェクトへの必要投資額 $I = 1000$ 億円のうち、572.5 億円を銀行シンジケートからの負債資本で調達できるので、企業は、 $E = I - D_M = 1000 - 572.5 = 427.5$ 円の株式資本を投入するだけで済むことになる。

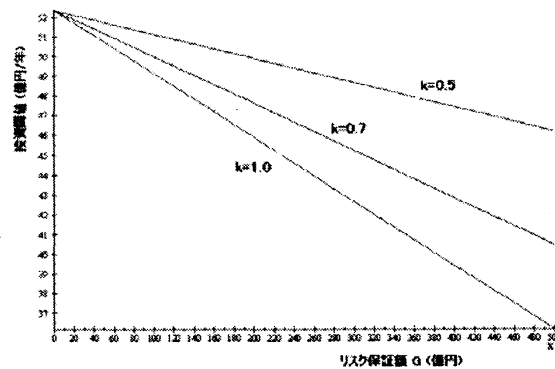


図 1 リスク保証額 G と投資閾値 X_0 の関係

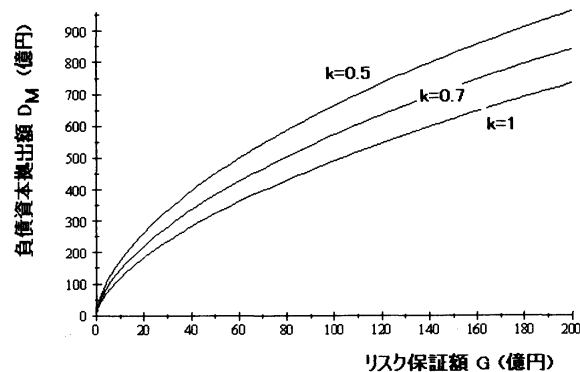


図 2 リスク保証額 G と負債資本拠出額 D_m の関係

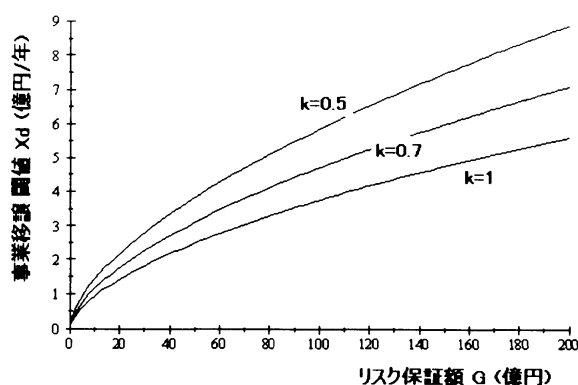


図 3 リスク保証額 G と事業移譲の閾値 X_d の関係

2.5.2 一般的なリスク保証の分析

前節では、モデルのパラメータとして、 $\tau=0$, $\theta=0$ として、分析したが、ここでは、より一般化して、これらパラメータも、正の値をもったケースを扱う。

$\sigma = 0.2$, $\mu = 0$, $r = 0.05$, $\theta = 0.3$, $\tau = 0.3$, $I = 0.5$, $k = 0.2$, $G_0 = 2$

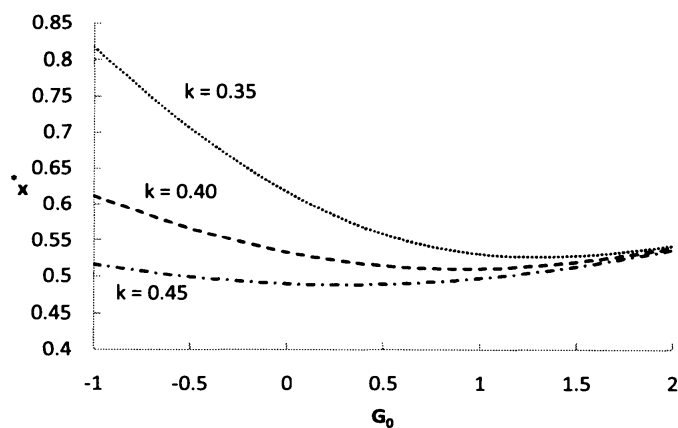


図 4 リスク保証 G_0 と投資閾値 X^0

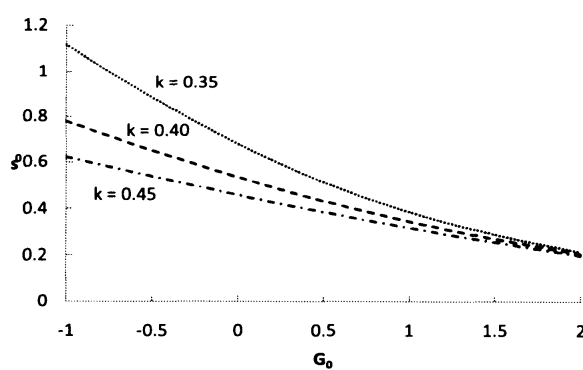


図 5 リスク保証と負債利息フロー s_0

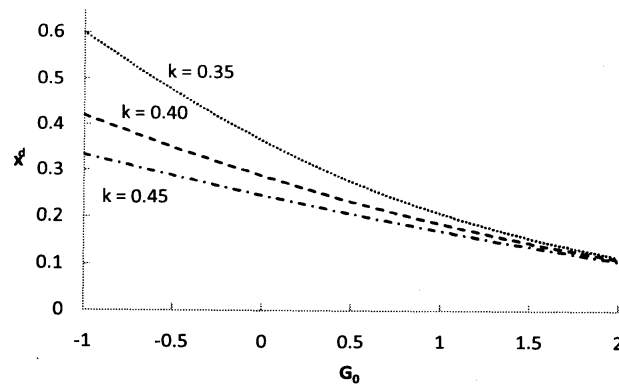


図 6 リスク保証 G_0 と事業移譲閾値 x_d

参考文献

1. Rose, S. (2004). Valuing Interactive Real Options in a Toll Road Infrastructure Project, *The Quarterly Review of Economics and Finance*, Vol. 38, 1998, pp. 711- 723
2. Brando, L. E.T., & Saraiva, E.C.G. (2007). Valuing Government Guarantees in Toll Road Projects, Working Paper, IAG Business School, 2007
3. Takashima, R., & Yagi, K., Takamori, H. (2009). Government Guarantees and risk sharing in public-private partnerships, *Review of Financial Economics*.
4. Mauer, D.C., & Sarker, S. (2005). Real Options, agency conflicts, and optimal Capital Structure, *Journal of Banking and Finance*, 29, 1405 – 1428